Б.Г. Зив В.М. Мейлер

ГЕОМЕТРИЯ

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ



ДЛЯ 7 КЛАССА

13-е издание

Москва
"Просвещение"
2007

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К—1 Вариант 1

1°. На рисунке 157 луч OC является биссектрисой угла AOB. Найдите угол BOD, если угол AOB прямой.

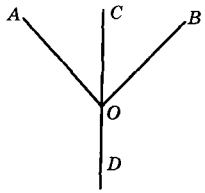


Рис. 157

2°. На прямой отмечены точки A, B, C, D так, что точка C лежит между точками A и B, а точка B принадлежит отрезку CD. $AC = 65$ см, $BD = 6{,}4$ дм. Сравните отрезки AB и CD.

3. Прямые AD и BC пересекаются в точке O. Внутри угла AOB взята точка M, а внутри угла COD — точка K. $\angle AOB = 80°$, $\angle MOB = 30°$, $\angle KOD = 40°$.

а) Найдите углы AOM и COK.

б) Являются ли углы MOB и COK вертикальными? Ответ объясните.

4*. Даны три прямые, каждая из которых пересекает хотя бы одну другую. Сколько всего точек пересечения могут иметь такие прямые?

К—1 Вариант 2

1°. На рисунке 158 угол BOC прямой. Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 = 70°$.

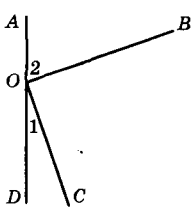


Рис. 158

2°. Точка C — середина отрезка AB, точка D — середина отрезка AC, $BD = 15{,}3$ см. Найдите длину отрезка AC. Ответ выразите в миллиметрах.

3. Отрезки PE и HM лежат на перпендикулярных прямых и пересекаются в точке K. Внутри угла PKH взята точка A, а внутри угла MKE — точка B, $\angle AKH = 40°$, $\angle MKB = 50°$.

а) Найдите углы PKA и BKE.

б) Лежат ли точки A, K, B на одной прямой? Ответ объясните.

4*. Расположите шесть отрезков так, чтобы каждый из них имел общие точки ровно с тремя другими и число всех этих точек было равно пяти.

К—1 Вариант 3

1°. На рисунке 159 прямые AB и CD взаимно перпендикулярны. $\angle KOD = 135°$. Является ли луч OK биссектрисой угла AOC? Ответ объясните.

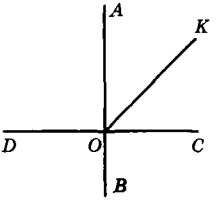


Рис. 159

2°. На отрезке PH отмечены точки K и M так, что точка K лежит между точками P и M, $HK = 53{,}5$ см, $PM = 535$ мм. Сравните отрезки PK и HM.

3. Развернутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Точка E лежит в одной части, точка P — в другой; $\angle EOB = 50°$, $\angle POB = 130°$.

а) Равны ли углы EOB и POA?

б) Являются ли углы EOB и POA вертикальными?

Ответы на вопросы объясните.

4*. Можно ли расположить шесть точек на четырех отрезках, не лежащих на одной прямой, так, чтобы каждому отрезку принадлежало по три точки?

К—1 Вариант 4

1°. На рисунке 160 прямые a и b взаимно перпендикулярны. Найдите сумму углов 1 и 2.

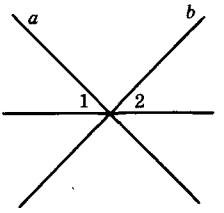


Рис. 160

2°. Точка E лежит на прямой между точками P и K, а точка K принадлежит отрезку EM; $PE = 5$ см, $EK = 6$ см, $KM = 8$ см. Найдите расстояние между серединами отрезков PE и KM. Ответ выразите в миллиметрах.

3. Развернутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Луч OM лежит в одной части, а луч OK — в другой. Известно, что углы MOA и KOB прямые.

а) Равны ли углы BOM и KOA?

б) Являются ли прямые MK и AB взаимно перпендикулярными?

Ответы на вопросы объясните.

4*. На сколько частей могут разделить плоскость три прямые, среди которых есть пересекающиеся?

К—2 **Вариант 1**

1°. На рисунке 161 отрезки AB и CD имеют общую середину. Докажите, что треугольники AOC и BOD равны.

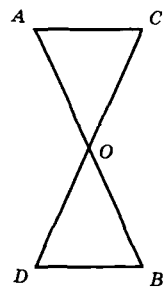


Рис. 161

2°. Даны прямая и отрезок. Постройте точку, такую, чтобы перпендикуляр, опущенный из этой точки на прямую, равнялся данному отрезку.

3. В треугольнике ABC $AB = BC$. На медиане BE отмечена точка M, а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно. (Точки P, M и K не лежат на одной прямой.) Известно, что $\angle BMP = \angle BMK$. Докажите, что:

а) углы BPM и BKM равны;

б) прямые PK и BM взаимно перпендикулярны.

4*. Дан угол в 54°. Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 18°?

К—2 **Вариант 2**

1°. На рисунке 162 луч BD является биссектрисой угла ABC, а луч DB является биссектрисой угла ADC. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

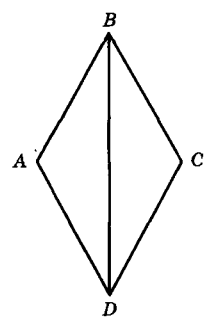


Рис. 162

2°. Дан отрезок. Постройте две какие-либо взаимно перпендикулярные прямые и на одной из них от точки пересечения отложите отрезок, равный данному.

3. Внутри треугольника ABC взята точка O, причем $\angle BOC = \angle BOA$, $AO = OC$.

а) Докажите, что углы BAC и BCA равны.

б) Докажите, что прямая BO проходит через середину отрезка AC.

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в 11°15′?

К—2 Вариант 3

1°. На рисунке 163 отрезок AB равен отрезку CD, а отрезок BC равен отрезку AD. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

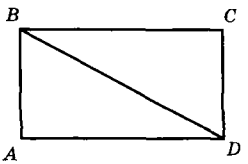


Рис. 163

2°. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте точку, удаленную от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

3. На высоте равнобедренного треугольника ABC, проведенной к основанию AC, взята точка P, а на сторонах AB и BC — точки M и K соответственно. (Точки M, P и K не лежат на одной прямой.) Известно, что $BM = BK$.

а) Докажите, что углы BMP и BKP равны.

б) Докажите, что углы KMP и PKM равны.

4*. Дан угол в 34°. Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 12°?

К—2 Вариант 4

1°. На рисунке 164 отрезки AB и CD являются диаметрами окружности. Докажите, что треугольники AOD и BOC равны.

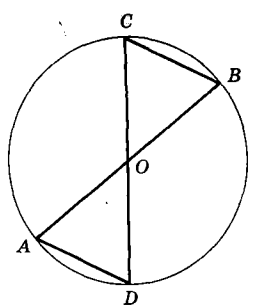


Рис. 164

2°. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте какой-либо угол, равный данному, и на его стороне постройте точку, удаленную от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

3. На сторонах AB, BC, AC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отмечены точки M, K, P соответственно так, что $\angle AMP = \angle PKC$ и $AM = KC$.

а) Докажите, что $MP = PK$.

б) Докажите, что прямые MK и BP взаимно перпендикулярны.

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в 67°30′?

К—3 Вариант 1

1°. На рисунке 165 $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 = 50°$. Найдите $\angle 4$.

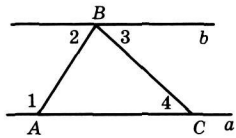


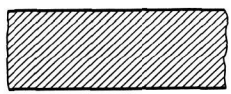
Рис. 165

2°. Могут ли две стороны треугольника быть параллельными одной прямой?

3. На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC отмечены точки T, P, M соответственно; $\angle MPC = 51°$, $\angle ABC = 52°$, $\angle ATM = 52°$.

а) Найдите угол TMP.

б) Докажите, что прямые MP и BT *имеют одну общую точку.*


Рис. 166

4*. Из картона вырезан шаблон в виде полосы с параллельными краями (рис. 166). Как с помощью этого шаблона построить угол, равный данному?

К—3 Вариант 2

1°. На рисунке 167 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 140°$. Найдите $\angle 4$.

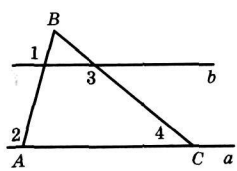


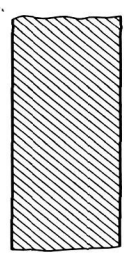
Рис. 167

2°. Через точку, взятую во внутренней области угла ABC, проведена прямая, параллельная прямой AB. Пересекает ли эта прямая прямую BC?

3. На прямой последовательно отложены отрезки AB, BC, CD. Точки E и P лежат по разные стороны от этой прямой. $\angle ABE = \angle PCD = 143°$, $\angle PBD = 49°$, $\angle ACE = 48°$.

а) Докажите, что прямые BE и PC параллельны.

б) Докажите, что прямые PB и CE пересекаются.


Рис. 168

4*. Из картона вырезан шаблон в виде полосы с параллельными краями (рис. 168). Как с помощью этого шаблона построить два несмежных угла, дающих в сумме 180°?

К—3 Вариант 3

1°. На рисунке 169 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 120°$. Найдите $\angle 4$.

2°. Даны три прямые a, b, c; $a \parallel b$, $b \parallel c$. Сколько общих точек имеют прямые a и c?

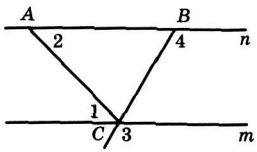


Рис. 169

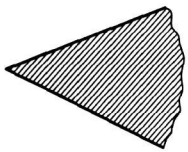


Рис. 170

3. Из точек A и B, лежащих по одну сторону от прямой, проведены перпендикуляры AC и BD к этой прямой; $\angle BAC = 117°$.

а) Найдите угол ABD.

б) Докажите, что прямые AB и CD пересекаются.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде неразвернутого угла (рис. 170). Как построить с помощью этого шаблона два отрезка, лежащих на параллельных прямых?

К—3 Вариант 4

1°. На рисунке 171 $\angle 1 = \angle 2$, $AB \perp a$. Найдите $\angle 3$.

2°. Даны три прямые a, b, c; $a \parallel b$, прямая a пересекает прямую c. Сколько общих точек имеют прямые b и c?

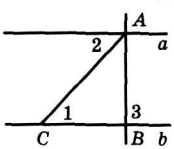


Рис. 171

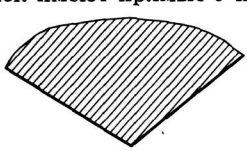


Рис. 172

3. На сторонах угла A, равного 43°, отмечены точки B и C, а внутри угла — точка D так, что $\angle ABD = 137°$, $\angle BDC = 45°$.

а) Найдите угол ACD.

б) Докажите, что прямые AB и DC имеют одну общую точку.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде неразвернутого угла (рис. 172). Как с помощью этого шаблона и линейки без делений проверить параллельность двух прямых?

К—4 Вариант 1

1°. В треугольнике ABC $\angle B = 70°$, $\angle C = 60°$. Сравните отрезки AC и BC.

2°. Даны два треугольника ABC и MPK, $\angle A = \angle M = 90°$, $\angle C = \angle K$, $BC = KP$, $AC = \frac{1}{2}BC$. Найдите угол P.

3. В треугольнике ABC $\angle A = 90°$, $\angle C = 15°$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle DBC = 15°$.

а) Докажите, что $BD = 2AB$.

б) Докажите, что $BC < 4AB$.

4*. В треугольнике все стороны имеют разные длины. Можно ли этот треугольник разрезать на равносторонние треугольники?

К—4 Вариант 2

1°. В треугольнике ABC $AB > BC > AC$. Найдите $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, если известно, что один из углов треугольника равен 120°, а другой 40°.

2°. В треугольниках ABC и MKP $\angle A = \angle M = 90°$, $AB = MP$, $BC = KP$, $\angle B = 30°$. Докажите, что $KM = \frac{1}{2}KP$.

3. В треугольнике ABC $\angle C = 60°$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle BDC = 60°$, $\angle ABD = 30°$.

а) Докажите, что $AD = BC$.

б) Докажите, что периметр треугольника ABC меньше пяти длин отрезка BC.

4*. Можно ли из каких-либо четырех равнобедренных треугольников сложить равнобедренный треугольник?

К—4 Вариант 3

1°. Внешний угол при вершине B треугольника ABC равен 40°, а один из внутренних углов этого треугольника равен 20°. Сравните отрезки AB и BC.

2°. Даны треугольники ABC и MPK, где $\angle A = \angle M = 90°$, $BC = PK$, $\angle C = \angle K$. Докажите, что $AB + PK > AC$.

3. В треугольнике ABC угол B прямой, BD — высота.

а) Докажите, что $\angle A = \angle DBC$.

б) Докажите, что если $\angle A < \angle C$, то $AD > DC$.

4*. Можно ли какой-либо прямоугольный треугольник разрезать на два треугольника, один из которых равносторонний, другой равнобедренный?

К—4 Вариант 4

1°. В треугольнике ABC углы A и C равны, BD — высота треугольника. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

2°. В треугольнике ABC угол A прямой, угол C равен 60°. Докажите, что $AB < 2AC$.

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены точки M и H соответственно так, что углы ABC и CMH равны.

а) Докажите, что углы MHC и CAB равны.

б) Докажите, что если $MH < CM$, то $AB < BC$.

4*. В треугольнике все стороны имеют разные длины. Можно ли этот треугольник разрезать на два равных треугольника?

К—5 Вариант 1

В треугольнике ABC $\angle A = \angle C = 45°$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его на стороне AB.

б)° Докажите, что медиана BD делит треугольник ABC на два равных треугольника.

в) Докажите, что прямая BK, перпендикулярная медиане BD треугольника ABC, не имеет общих точек с прямой AC.

г) Докажите, что прямая BK, перпендикулярная медиане BD треугольника ABC, содержит биссектрису одного из внешних углов этого треугольника.

д)* Возможно ли равенство $AE = EC$, если точка E не лежит на прямой, содержащей медиану BD треугольника ABC?

К—5 Вариант 2

В треугольнике ABC $\angle A = \angle C = 60°$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его по стороне AB.

б)° Докажите, что треугольник MBH равен треугольнику HKC, если M, H, K — середины сторон AB, BC и AC треугольника ABC соответственно.

в) Найдите угол BMH и докажите, что $MH \parallel AC$, если M и H — середины сторон AB и BC соответственно.

г) Докажите, что расстояние от точки B до прямой HM равно расстоянию между прямыми MH и AC, если M и H — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно.

д)* Как построить точку, равноудаленную от вершин треугольника ABC?

К—5 Вариант 3

В треугольнике ABC $\angle A = 60°$, $\angle C = 30°$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его по стороне AB.

б)° Докажите, что треугольники CMA и ABC равны, если точка M расположена вне треугольника ABC так, что $MA \parallel BC$ и $MC \parallel AB$.

в) Докажите, что $AB \perp MA$, $BC \perp MC$, $CM \perp MA$, если точка M расположена вне треугольника ABC и $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$.

г) Найдите угол BOA, если O — середина отрезка AC.

д)* Можно ли провести окружность через точки A, B, C, M, если точка M расположена вне треугольника ABC и $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$?

К—5 Вариант 4

Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O, которая является серединой каждого из них, причем $AD = AO$.

а)° Установите вид треугольника ADO и постройте отрезки AB и CD, о которых говорится в условии задачи, если дан отрезок AD.

б)° Докажите, что $BC \parallel AD$.

в) Сравните отрезки OM и CO, если M — середина отрезка AD.

г) Найдите угол AEC, если E — точка пересечения биссектрис углов BCO и DAO.

д)* Является ли точка O серединой отрезка MH, если M — середина AD, H — середина BC?