Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

21 января 2015 года
11 класс

Вариант MA10109
(углубленный уровень)

Район

Город (населённый пункт)

Школа

Класс

Фамилия

Имя

Отчество

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

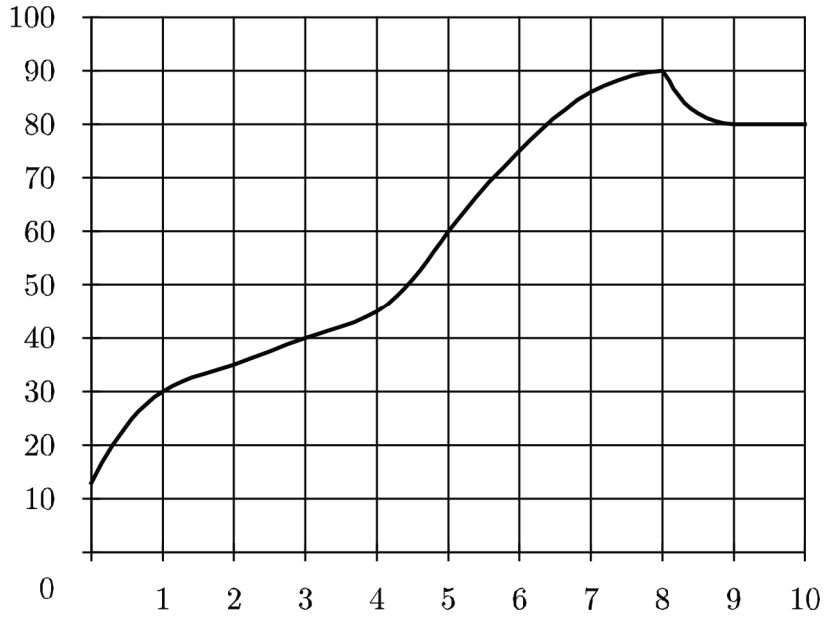
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 230 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

2 На графике показано изменение температуры двигателя в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов нагреется двигатель с третьей по восьмую минуту разогрева.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

3

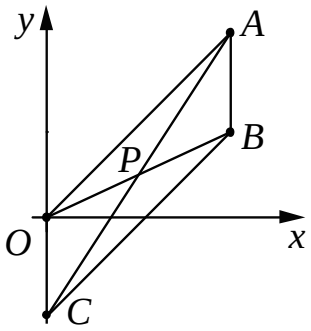
Для изготовления книжных полок требуется заказать 45 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,35 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
А	480	75
Б	500	65
В	520	55

Ответ: _____.

4

Точки $O(0;0)$, $A(13;13)$, $B(13;6)$, $C(0;-7)$ являются вершинами четырёхугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Ответ: _____.

5

В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменок: 6 из Венгрии, 7 из Румынии, остальные — из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.

6.1

Найдите корень уравнения $5^{2+x}=125^{x}$.

Ответ: _____.

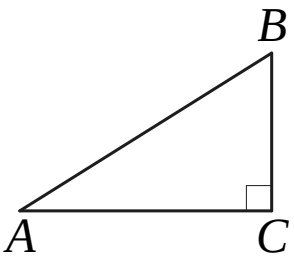
6.2

Найдите корень уравнения $\sqrt{37+7x}=4$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

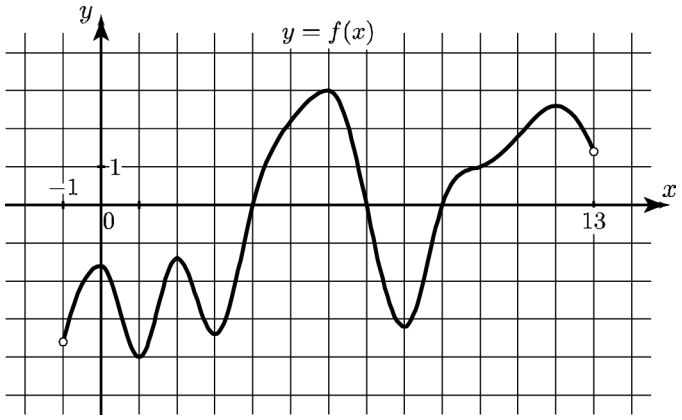
7 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC=12$, $BC=9$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

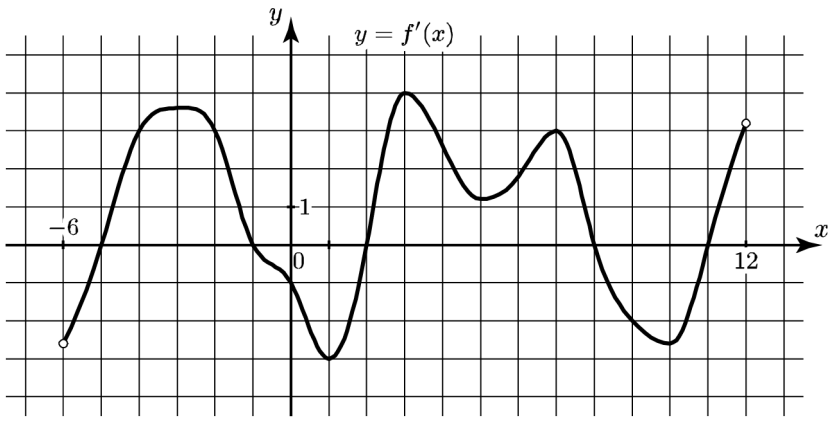
Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.

8.1 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-1;13)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[1;10]$.



Ответ: _____.

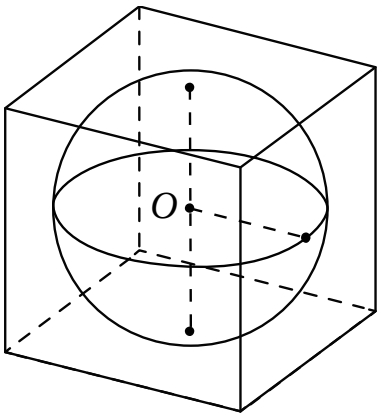
8.2 На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6;12)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$ на отрезке $[0;10]$.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

9 Площадь поверхности куба, описанного около сферы, равна 96. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

Часть 2

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.

10.1 Найдите значение выражения $\log_a\left(ab^3\right)$, если $\log_a b = 7$.

Ответ: _____.

10.2 Найдите значение выражения $\sin 18^\circ \cos 72^\circ + \sin 72^\circ \cos 18^\circ$.

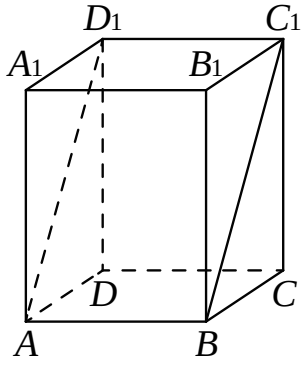
Ответ: _____.

11 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}6 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 8 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

12 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=18$, $AD=36$, $AA_1=15$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



Ответ: _____.

13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 6 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды?

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.

14.1 Найдите наименьшее значение функции $y=5^{x^2+2x+3}$.

Ответ: _____.

14.2 Найдите наибольшее значение функции $y=x+\frac{16}{x}+18$ на отрезке $[-10;-0,5]$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg}x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

16

В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите периметр этого сечения.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.

17.1

Решите неравенство $\log_{x^2+x}\left(x^2-2x+1\right)\le 1$.

17.2

Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2+x}}{x^2+x-1}\le 0$.

18

Хорды AD, BE и CF окружности делят друг друга на три равные части.

а) Докажите, что эти хорды равны.

б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{21}$.

19

Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24 000 рублей?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $y=\dfrac{a+3x-ax}{x^2+2ax+a^2+1}$ содержит отрезок $[0;1]$.

21 Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

21 января 2015 года
11 класс

Вариант MA10110
(углубленный уровень)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

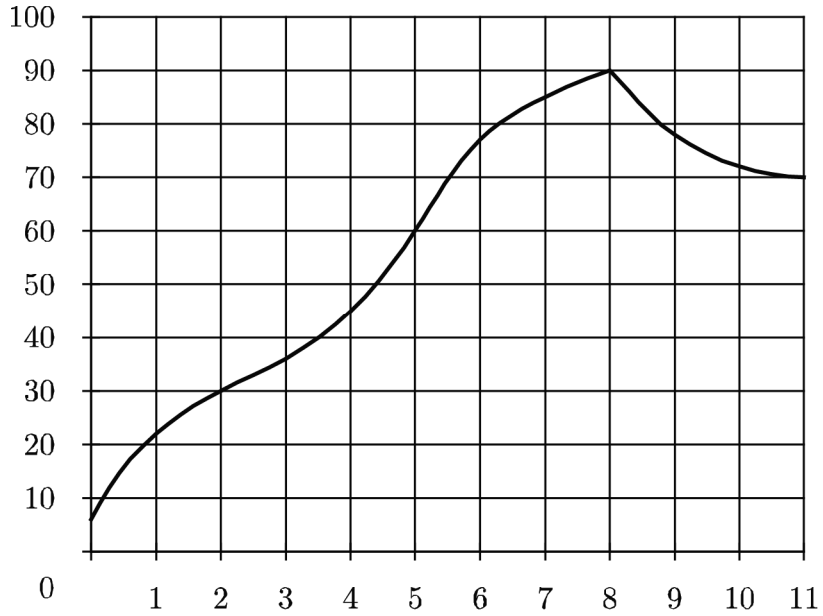
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 290 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

2 На графике показано изменение температуры двигателя в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов нагреется двигатель со второй по пятую минуту разогрева.



Ответ: _____.

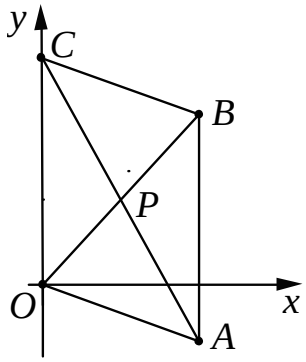
3 Для изготовления книжных полок требуется заказать 20 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,15 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
А	420	85
Б	460	80
В	500	75

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

4 Точки $O(0;0)$, $A(11;-4)$, $B(11;12)$, $C(0;16)$ являются вершинами четырёхугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Ответ: _____.

5 В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменок: 12 из России, 7 из Украины, остальные — из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.

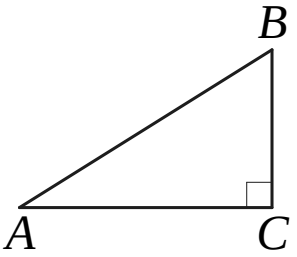
6.1 Найдите корень уравнения $6^{2-4x} = 36^{3x}$.

Ответ: _____.

6.2 Найдите корень уравнения $\sqrt{19+5x} = 2$.

Ответ: _____.

7 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC = 20$, $BC = 6$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

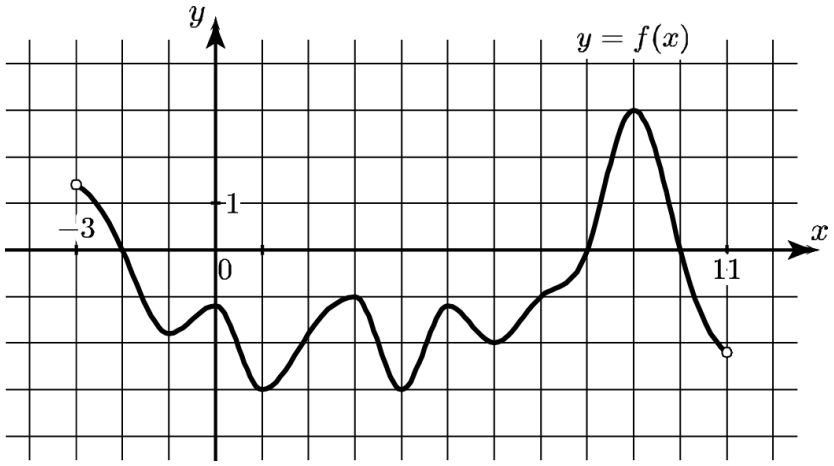


Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

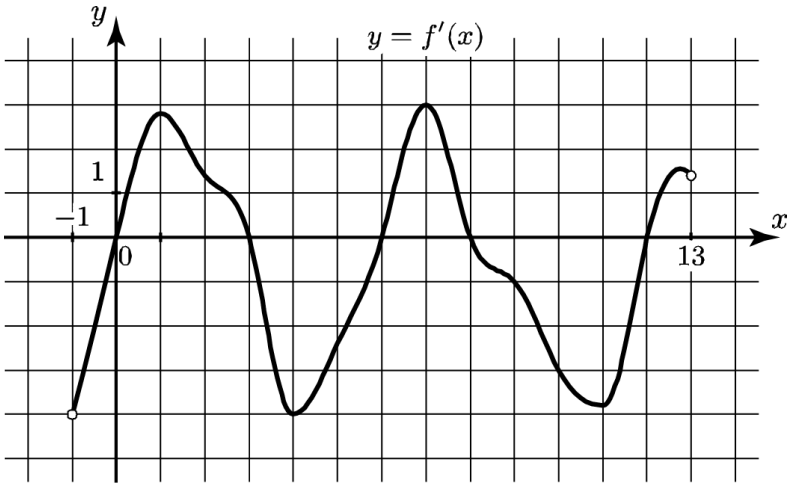
Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.

8.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3;11)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[3;10]$.



Ответ: _____.

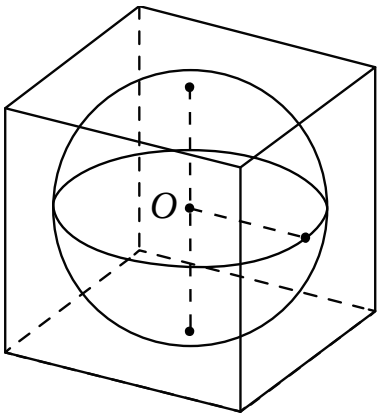
8.2 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1;13)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$ на отрезке $[1;7]$.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

9 Площадь поверхности куба, описанного около сферы, равна 216. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

Часть 2

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.

10.1 Найдите значение выражения $\log_a\left(ab^4\right)$, если $\log_a b = 2$.

Ответ: _____.

10.2 Найдите значение выражения $\sin 46^\circ \cos 134^\circ + \sin 134^\circ \cos 46^\circ$.

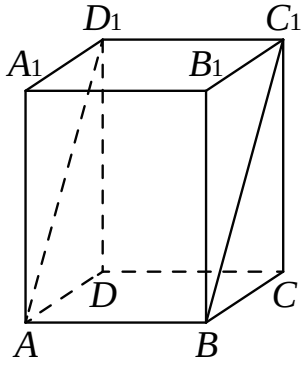
Ответ: _____.

11 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 9t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 6 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

12 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=7$, $AD=40$, $AA_1=9$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



Ответ: _____.

13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 12 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды?

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.

14.1 Найдите наименьшее значение функции $y=7^{x^2-2x+3}$.

Ответ: _____.

14.2 Найдите наибольшее значение функции $y=2x+\frac{2}{x}+14$ на отрезке $[-7;-0,5]$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

16

В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 8. Высота призмы равна 3. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите площадь этого сечения.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.

17.1

Решите неравенство $\log_{x^2-x}\left(x^2+4x+4\right)\geq 1$.

17.2

Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-x}}{x^2-x-1}\leq 0$.

18

Хорды AD, BE и CF окружности делят друг друга на три равные части.

а) Докажите, что эти хорды равны.

б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{14}$.

19

Оля хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $y=\dfrac{5a-15x+ax}{x^2-2ax+a^2+25}$ содержит отрезок $[0;1]$.

21 Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на шесть.

а) Можно ли купить 30 карандашей?

б) Можно ли купить 33 карандаша?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

21 января 2015 года
11 класс

Вариант MA10111
(углубленный уровень)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

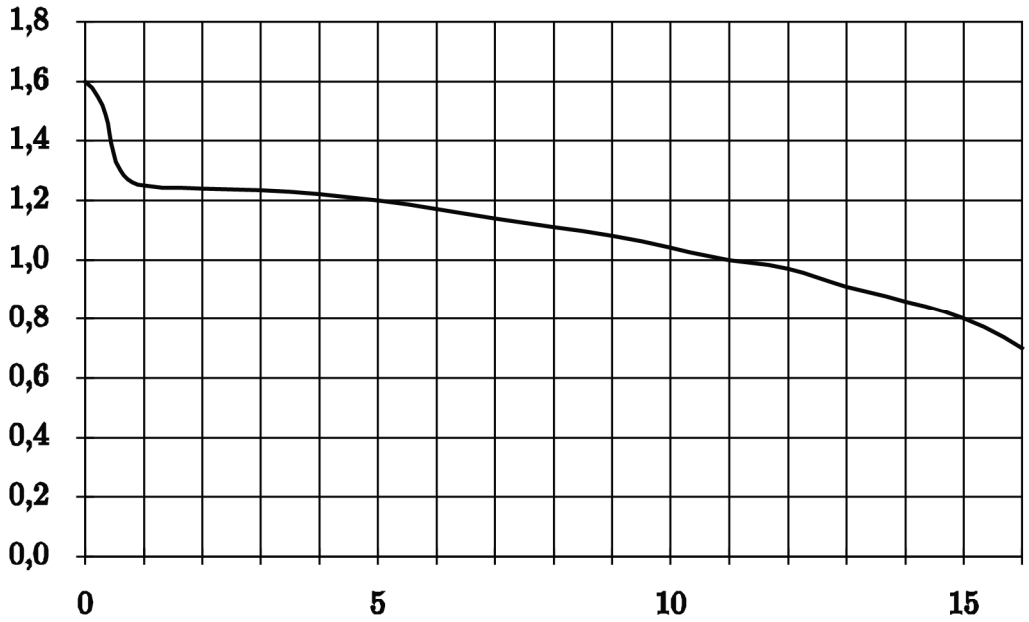
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за 15 часов работы фонарика.



Ответ: _____.

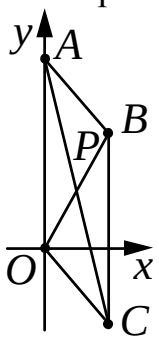
3 Для изготовления книжных полок требуется заказать 30 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,2 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 кв. м)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	510	85
Б	530	80
В	560	75

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

4 Точки $O(0;0)$, $A(0;29)$, $B(4;18)$, $C(4;-11)$ являются вершинами четырёхугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Ответ: _____.

5 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 55% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.

6.1 Найдите корень уравнения $7^{3+x} = 49^{3x}$.

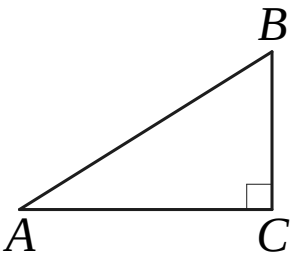
Ответ: _____.

6.2 Найдите корень уравнения $\sqrt{64+8x} = 4$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

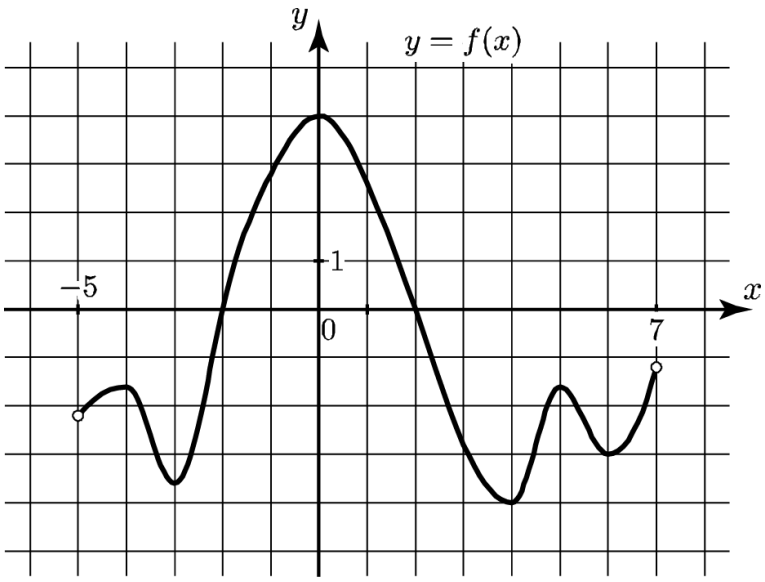
7 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC = 10$, $BC = 4$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.

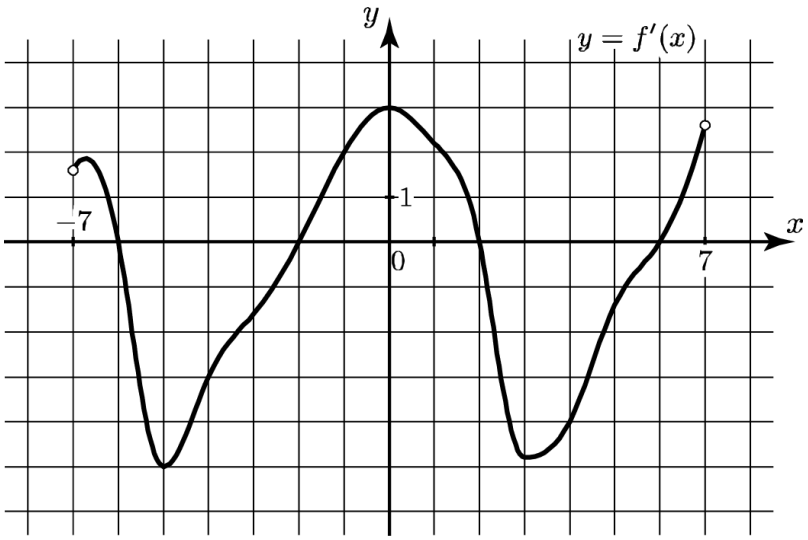
8.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 5]$.



Ответ: _____.

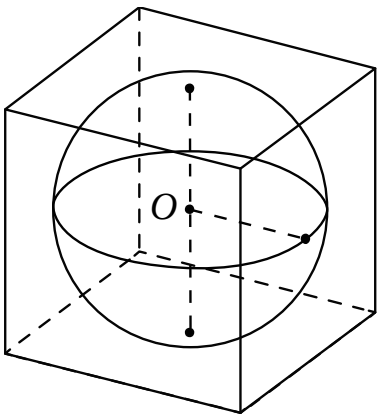
© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

8.2 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-5; 4]$.



Ответ: _____.

9 Площадь поверхности куба, описанного около сферы, равна 24. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

Часть 2

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.

10.1 Найдите значение выражения $\log_a\left(ab^2\right)$, если $\log_a b = 9$.

Ответ: _____.

10.2 Найдите значение выражения $\sin 189^\circ \cos 81^\circ + \sin 81^\circ \cos 189^\circ$.

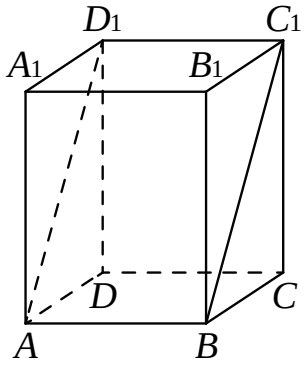
Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

11 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1{,}4+11t-5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 5 метров?

Ответ: _____.

12 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=13$, $AD=48$, $AA_1=14$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



Ответ: _____.

13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 30 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды?

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.

14.1 Найдите наименьшее значение функции $y=2^{x^2+4x+7}$.

Ответ: _____.

14.2 Найдите наибольшее значение функции $y=2x+\frac{8}{x}+10$ на отрезке $[-14;-0{,}5]$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg}x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

16

В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите периметр этого сечения.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.

17.1

Решите неравенство $\log_{x^2+x}\left(x^2-2x+1\right)\le 1$.

17.2

Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2+x}}{x^2+x-1}\le 0$.

18

Хорды AD, BE и CF окружности делят друг друга на три равные части.

а) Докажите, что эти хорды равны.

б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{21}$.

19

Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24 000 рублей?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $y=\dfrac{a+3x-ax}{x^2+2ax+a^2+1}$ содержит отрезок $[0;1]$.

21 Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

21 января 2015 года
11 класс

Вариант MA10112
(углубленный уровень)

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

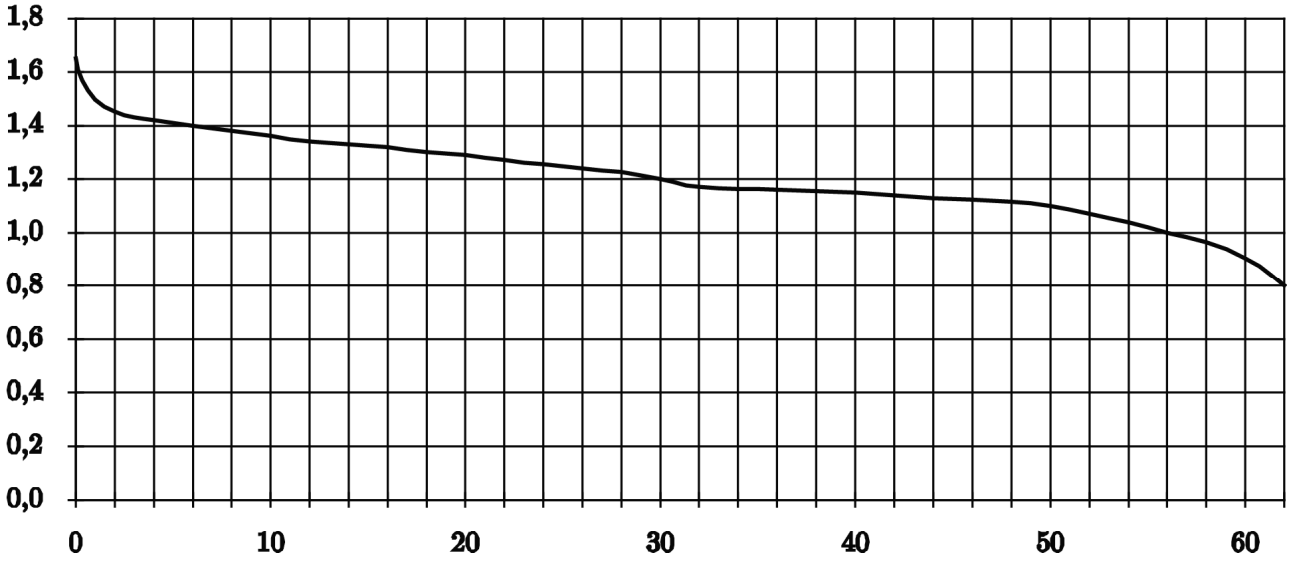
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 160 рублей в воскресенье?

Ответ: _____.

2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с 6-го по 56-й час работы фонарика.



Ответ: _____.

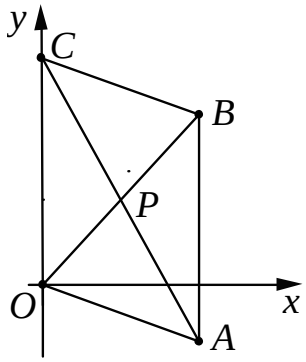
3 Для изготовления книжных полок требуется заказать 20 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,25 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	**Цена стекла (руб. за 1 кв. м)**	**Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)**
А	460	75
Б	470	70
В	500	65

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

4 Точки $O(0;0)$, $A(10;-5)$, $B(10;10)$, $C(0;15)$ являются вершинами четырёхугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Ответ: _____.

5 На фабрике керамической посуды 30 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 65 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.

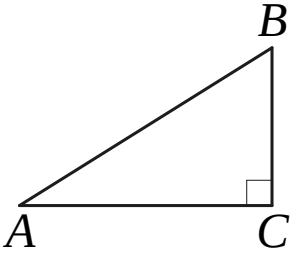
6.1 Найдите корень уравнения $8^{4-x} = 64^{2x}$.

Ответ: _____.

6.2 Найдите корень уравнения $\sqrt{14+7x} = 7$.

Ответ: _____.

7 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC = 5$, $BC = 3$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

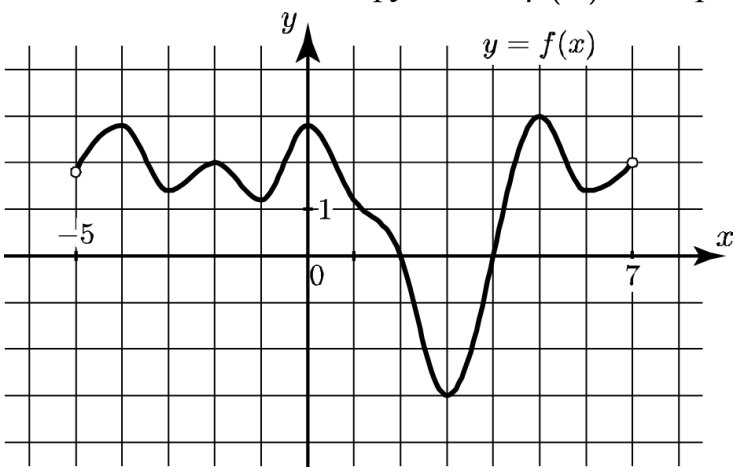


Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

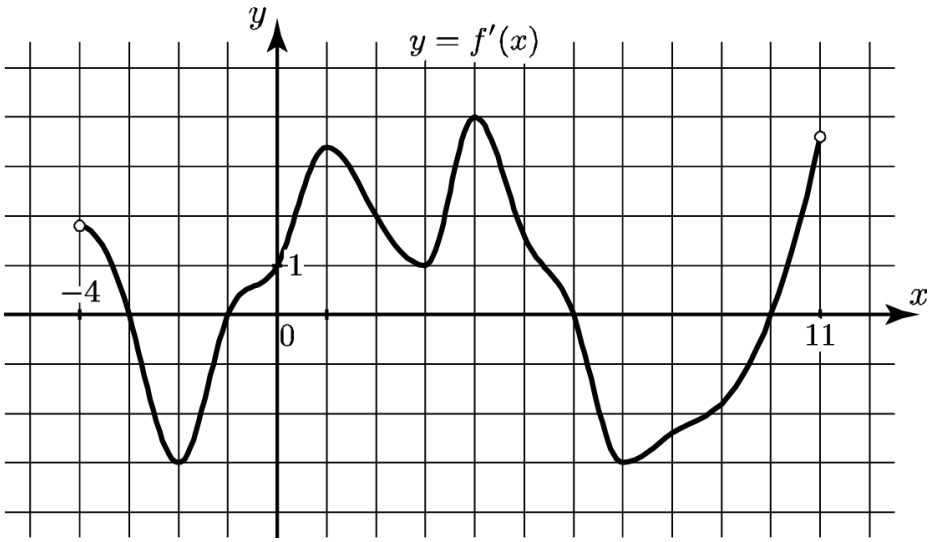
Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.

8.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 6]$.



Ответ: _____.

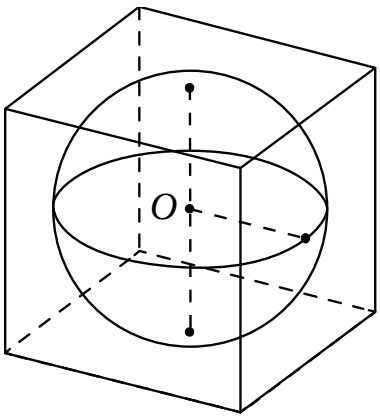
8.2 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 11)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 8]$.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

9 Площадь поверхности куба, описанного около сферы, равна 384. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

Часть 2

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.

10.1 Найдите значение выражения $\log_a\left(ab^3\right)$, если $\log_a b=5$.

Ответ: _____.

10.2 Найдите значение выражения $\sin 57^\circ\cos 93^\circ+\sin 93^\circ\cos 57^\circ$.

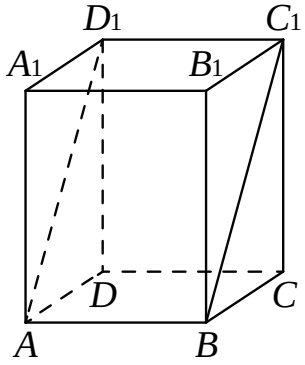
Ответ: _____.

11 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=2+12t-5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 9 метров?

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

12 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=19$, $AD=4$, $AA_1=3$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



Ответ: _____.

13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 4 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды?

Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.

14.1 Найдите наименьшее значение функции $y=4^{x^2+6x+11}$.

Ответ: _____.

14.2 Найдите наибольшее значение функции $y=2x+\frac{32}{x}+8$ на отрезке $[-17;-0,5]$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

16

В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 8. Высота призмы равна 3. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите площадь этого сечения.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.

17.1

Решите неравенство $\log_{x^2-x}\left(x^2+4x+4\right)\le 1$.

17.2

Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-x}}{x^2-x-1}\le 0$.

18

Хорды AD, BE и CF окружности делят друг друга на три равные части.

а) Докажите, что эти хорды равны.

б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{14}$.

19

Оля хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $y=\dfrac{5a-15x+ax}{x^2-2ax+a^2+25}$ содержит отрезок $[0;1]$.

21 Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на шесть.

а) Можно ли купить 30 карандашей?

б) Можно ли купить 33 карандаша?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить?

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена