http://vk.com/ege100ballov

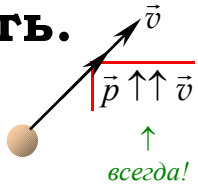
III. Законы сохранения. Работа и мощность.

1. Импульс материальной точки

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

m - масса материальной точки

$\vec{v}$ - скорость этой материальной точки



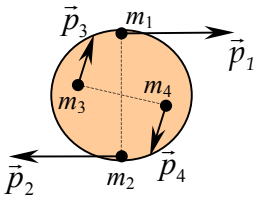
2. Импульс системы материальных точек

равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.

$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n$$

Пример: импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр

$$\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \ldots + \vec{p}_n = 0$$



3. Теорема об изменении импульса материальной точки

$$\Delta\vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F} = \text{const}$

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - изменение импульса материальной точки.

$\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

Δt - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы.

Выводится из II закона Ньютона: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. Если $\sum \vec{F} = \text{const}$, то $\vec{a} = \text{const}$ и $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$ Подставив в уравнение ↑ и, домножив обе части на Δt, получим …

4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Из п. 2: $\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 + \ldots + \Delta\vec{p}_n = \sum \vec{F}\Delta t$;

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$$

↑ ↑ $\sum \vec{F}$ — сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы

Из п.3: $\Delta\vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$, $\Delta\vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$, … $\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$ — сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \ldots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \ldots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \ldots = 0$ — по III закону Ньютона $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$, …

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внешн}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = \text{const}$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

Δt — время, в течение которого действовали силы.

$\Delta\vec{p}_{\text{сист}}$ — изменение импульса системы материальных точек за время Δt

5. Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}'_{\text{сист}} = \vec{p}''_{\text{сист}}$$

Если, 1) $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$

2) $\Delta t \approx 0$ - при быстрых взаимодействиях (взрывах, выстрелах, соударениях), если внешние силы не возрастают до больших значений и остаются малы по сравнению с внутренними силами.

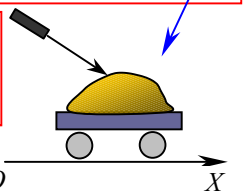
Импульс системы материальных точек сохраняется, если

1) **Сумма внешних сил**, действующих на эту систему **равна нулю.**
2) **Время** действия внешних сил **мало** так, что импульс системы не успевает существенно измениться - выстрелы, взрывы, соударения, при которых внешние силы малы по сравнению с внутренними силами.

Кроме того,

3) **сохраняется проекция импульса** на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.

$$p'_{\text{сист}_x} = p''_{\text{сист}_x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \perp OX$$



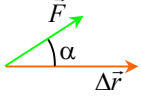
6. Работа силы

Единица измерения работы в СИ

1Дж = 1Н·м

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos\alpha$$

$\vec{F} = \text{const}$ (и движение по прямой, в неизменном направлении.)



$A_{\vec{F}}$ — работа силы $\vec{F}$

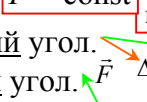
$\Delta\vec{r}$ — перемещение материальной точки, на которую действует сила $\vec{F}$.

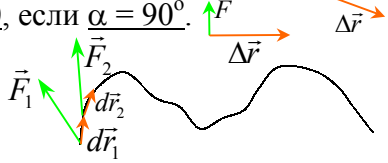
α — угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{r}$.

$A > 0$, если α — острый угол.

$A < 0$, если α — тупой угол.

$A = 0$, если $\alpha = 90^\circ$.





Чтобы найти работу не постоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \ldots$, чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной. Тогда $A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \ldots$

http://vk.com/ege100ballov

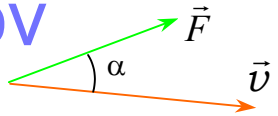
7. Мощность

Единица измерения мощности в СИ
1 Вт = 1Дж/с

$$N = \frac{A}{t}$$

Работа, совершенная за время t.

$N = \text{const}$



Если мощность не постоянна, то вычисляется
средняя мощность:

$$N_{ср} = \frac{A}{t}$$

мгновенная мощность:

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{\upsilon} \qquad N = F\cdot\upsilon\cdot\cos\alpha$$

8. Механическая энергия

$$E_{мех} = E_к + E_р$$

Потенциальная энергия — этой энергией обладают тела, на которые действуют консервативные силы: $F_{грав}$ ($F_{тяж}$), $F_{упр}$, $F_{электр}$

Консервативны, если они неизменны во времени для каждого положения, или являются внутренними для системы.

Силы, работа которых над системой при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы. Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

Кинетическая энергия материальной точки массой m, движущейся со скоростью υ.

$$E_k^{сист} = E_{k1} + E_{k2} + \ldots$$

Кинетическая энергия системы материальных точек.

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta E_k = A_{всех\ сил}$$

Работа всех сил, действующих в системе.

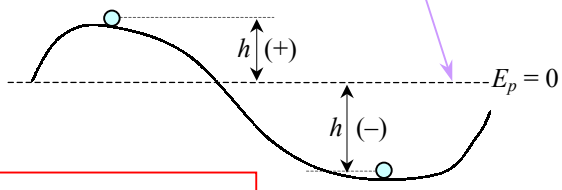
Изменение кинетической энергии системы

Потенциальная энергия — это такая функция от расположения системы, убыль которой при перемещении системы равна работе консервативных сил на этом перемещении. $E_{p1} - E_{p2} = A_{конс1\text{-}2}$

Чтобы вычислить конкретное значение E_p, договариваются в каком положении системы "О" считать $E_p(О) = 0$. Тогда в произвольном положении "М" потенциальная энергия системы $E_p(М) = A_{конс\ М\text{–}О}$

$$E_{p(тяж)} = \pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{упр} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$



9. Теорема о механической энергии

$$\Delta E_{мех} = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{всех\ сил} - A_{конс} = A_{неконс.сил}$$

$$\Delta E_{мех} = A_{неконс}$$

10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ($A_{нек} = 0$)

$$E'_{мех} = E''_{мех}$$

Если $A_{неконс} = 0$

11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением тепла.

$\boldsymbol{F}_{трения\ скольжения}$; $\boldsymbol{F}_{сопр.\ жидк.\ и\ г.}$; $\boldsymbol{F}_{неупруг.\ взаимод.}$

$A_{внутр.\ дис} = -Q$ — не зависит от системы отсчета

$$E'_{мех} - E''_{мех} = Q$$

Если $A_{неконс} = A_{внутр.\ дис.}$

12. Методы вычисления работы

A

$$A_{\vec{F}} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\alpha \qquad \vec{F} = \text{const}$$

$$A_{конс1\text{-}2} = E_{p1} - E_{p2} \qquad A_{тяж} = mg(h_1 - h_2)$$

$$A_{неконс} = \Delta E_{мех}$$

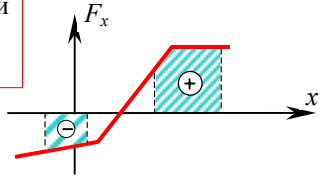
$$A_{всех\ сил} = \Delta E_k \qquad A^{упр} = \frac{k}{2}(\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)$$

$$A_{\vec{F}} = \pm S_{\text{под графиком } F_x(x)}$$

Численно

"+" – если график выше оси x
"–" – если график ниже оси x

Если $\vec{F} \parallel OX$, или $\vec{\upsilon} \parallel OX$



13. Средняя по времени сила

$$\vec{F}_{ср} = \frac{\Delta\vec{p}_{сист}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время Δt