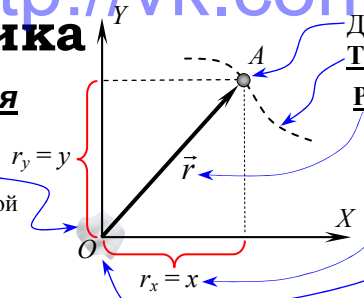
http://vk.com/ege100ballov

I. Кинематика

1. Основные понятия

Система отсчета — совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с телом отсчета, и часов, неподвижных относительно тела отсчета.



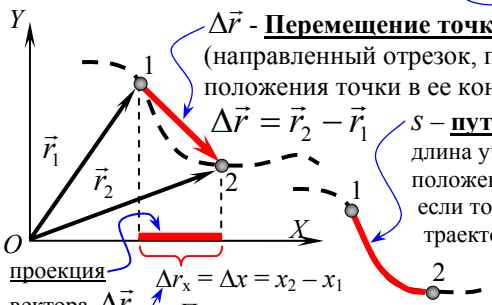
Движущаяся точка A

Траектория точки A — линия, по которой движется точка.

Радиус-вектор — вектор, описывающий расположение точки в пространстве. Это направленный отрезок, проведенный из начала координат в точку, положение которой он задает.

Координата точки равна проекции радиус-вектора на координатную ось

Тело отсчета — тело, относительно которого рассматривается движение других тел.



$\Delta\vec{r}$ - **Перемещение точки** — изменение радиус-вектора (направленный отрезок, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение).

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

s – **путь**, пройденный точкой — длина участка траектории между начальным положением (1) и конечным положением (2), если точка не проходит по одному участку траектории более одного раза (иначе путь находят как сумму путей на отдельных участках).

проекция вектора $\Delta\vec{r}$ на ось OX

Проекция перемещения на координатную ось равна изменению координаты

Скорость точки

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

если $\vec{\upsilon} = \text{const}$

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'(t)$$

Перемещение точки за время Δt

Ускорение точки

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

если $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{\upsilon}\,'(t) = \vec{r}\,''(t)$$

Изменение скорости за время Δt

Среднее ускорение

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Изменение скорости за время Δt

Средний вектор скорости (средняя скорость перемещения)

$$\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор перемещения точки за время Δt

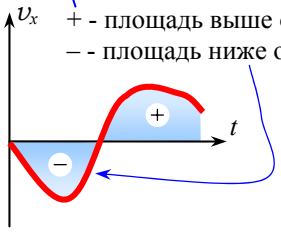
Средний модуль скорости (средняя путевая скорость)

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Путь, пройденный за время t

численно

$$\pm S_{\substack{\text{под} \\ \text{граф } \upsilon_x(t)}} = \Delta x$$

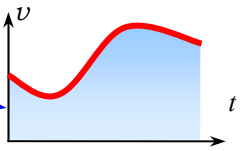


\+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t

численно

$$S_{\substack{\text{под} \\ \text{граф } \upsilon(t)}} = s$$

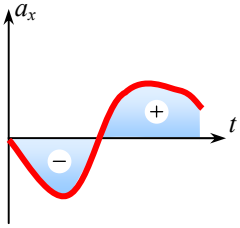


численно

$$\pm S_{\substack{\text{под} \\ \text{граф } a_x(t)}} = \Delta\upsilon_x$$

\+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t



2. Законы сложения скоростей и ускорений

$$\vec{\upsilon}_{м/нсо} = \vec{\upsilon}_{м/псо} + \vec{\upsilon}_{псо/нсо}$$

Скорость точки (т) относительно «неподвижной» системы отсчета (НСО) *(абсолютная скорость)*

Скорость точки (т) относительно «подвижной» системы отсчета (ПСО) *(относительная скорость)*

Скорость «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносная скорость)*

$$\vec{\upsilon}_{1/2} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2$$

Скорость первой точки относительно второй

Скорость первой точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Скорость второй точки (в «неподвижной» системе отсчета)

$$\vec{a}_{м/нсо} = \vec{a}_{м/псо} + \vec{a}_{псо/нсо}$$

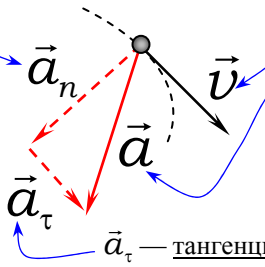
Ускорение точки в «неподвижной» системе отсчета (НСО) *(абсолютное ускорение)*

Ускорение «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносное ускорение)*

Ускорение точки в «подвижной» системе отсчета (ПСО)

Если ПСО не вращается, движется поступательно относительно НСО

3. Нормальное и тангенциальное ускорения



Вектор скорости точки

Вектор ускорения («полное ускорение») представляют как сумму двух векторов (составляющих), один из которых ($\vec{a}_\tau$) параллелен скорости, а другой ($\vec{a}_n$) перпендикулярен скорости: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

$\vec{a}_n$ — нормальное ускорение — составляющая полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$$

Радиус кривизны траектории в той точке, где имеет место данное нормальное ускорение.

$\vec{a}_\tau$ — тангенциальное ускорение — составляющая полного ускорения, параллельная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения модуля вектора скорости: $a_\tau = \left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|$

http://vk.com/ege100ballov

4. Типы движений

4.1. Равномерное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути (Вектор скорости не изменяется по модулю, но может меняться по направлению)

$(\upsilon = \text{const})$

$$s = \upsilon \cdot t$$

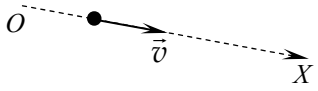
Модуль скорости

Путь, пройденный точкой за время t

4.1.1 Равномерное прямолинейное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. (Вектор скорости не меняется ни по модулю, ни по направлению)

$(\vec{\upsilon} = \text{const}\ )$
$(\ a = 0\ )$

$$s = \upsilon \cdot t \qquad x = x_0 + \upsilon_x \cdot t$$



Проекция вектора скорости на координатную ось

Координата точки в начальный момент $t = 0$

Координата точки в момент t

4.1.2 Равномерное движение по окружности

(**равномерное вращение** — движение твердого тела, при котором любая его точка движется по окружности, причем, центры всех этих окружностей лежат на одной прямой перпендикулярной плоскости вращения, и за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.)

$(\omega = \text{const})$

$$s = \upsilon \cdot t$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Угол, на который тело поворачивается за время Δt (угол измеряется в радианах)

ω — **Угловая скорость** (измеряется в рад/с)

$$\upsilon = \omega \cdot R$$

R — Радиус окружности, по которой движется точка

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

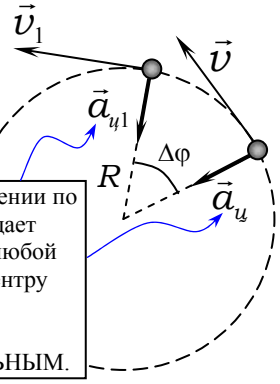
T - **Период вращения** — время, за которое происходит один полный оборот.

$$T = \frac{t}{N}$$

t — время, за которое происходит N оборотов

$$\nu = \frac{1}{T}$$

ν - **частота вращения** — число, оборотов, происходящих за единицу времени (за 1 секунду). Измеряется в герцах. 1 Гц = 1 оборот/с



При равномерном движении по окружности точка обладает ускорением, которое в любой момент направлено к центру этой окружности. Такое ускорение называется ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫМ.

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R}$$

υ - скорость движения точки

R – радиус окружности, по которой движется точка

4.2 Движение с постоянным ускорением

$(\vec{a} = \text{const})$

При $\vec{a} = \text{const}$: $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \rightarrow \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t \Leftrightarrow$

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x \cdot t$$
$$\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y \cdot t$$

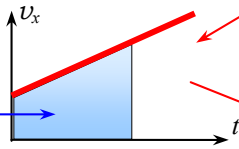
υ_x , υ_y - проекции скорости в момент t

a_x , a_y - проекции ускорения

υ_{0x} , υ_{0y} - проекции начальной скорости (т. е. скорости в момент $t = 0$)

численно

$$\pm S_{\substack{\text{под} \\ \text{граф } \upsilon_x(t)}} = \Delta x$$



\+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t

$$\Delta\vec{r} = \frac{\vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_0}{2}t \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta x = \dfrac{\upsilon_x + \upsilon_{0x}}{2}t \\ \Delta y = \dfrac{\upsilon_y + \upsilon_{0y}}{2}t \end{cases}$$

Δx , Δy – изменение координат: $\Delta x = x - x_0\ ;\ \Delta y = y - y_0$

x , y – конечные координаты (координаты в момент t)

$$2\vec{a}\Delta\vec{r} = \upsilon^2 - \upsilon_0^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a_x \cdot \Delta x = \upsilon_x^2 - \upsilon_{0x}^2 \\ 2a_y \cdot \Delta y = \upsilon_y^2 - \upsilon_{0y}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_{0x} \cdot t + \dfrac{a_x t^2}{2} \\ y = y_0 + \upsilon_{0y} \cdot t + \dfrac{a_y t^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

x_0 , y_0 – начальные координаты (координаты в момент $t = 0$)

Форма траектории при движении с постоянным ускорением:

Прямолинейная траектория ($\vec{a}$ и $\vec{\upsilon}$ **параллельны**)

4.2.1 Равноускоренное движение $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$

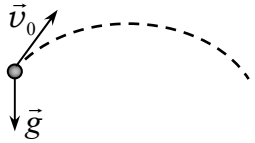
$$\upsilon = \upsilon_0 + a \cdot t \qquad 2a \cdot s = \upsilon^2 - \upsilon_0^2$$
$$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad s = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}t$$

4.2.2 Равнозамедленное движение $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$

$$\upsilon = \upsilon_0 - a \cdot t \qquad 2a \cdot s = \upsilon_0^2 - \upsilon^2$$
$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2} \qquad s = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}t$$

$t \le t_{ост} = \upsilon_0 / a$

Параболическая траектория ($\vec{a}$ и $\vec{\upsilon}$ **не параллельны**)



4.3 Гармоническое движение

$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, $\upsilon_x = \underbrace{-A \cdot \omega}_{\upsilon_m = A \cdot \omega} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$, $a_x = \underbrace{-A \cdot \omega^2}_{a_m = A \cdot \omega^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

(вдоль оси *OX*)

x — координата колеблющегося тела (смещение от равновесного положения); ω — циклическая частота колебаний, A — амплитуда колебаний (максимальное смещение) $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний, φ_0 — начальная фаза.

$\upsilon_m = A \cdot \omega$ — максимальная скорость

$a_m = A \cdot \omega^2$ — максимальное ускорение

$$a_x = -\omega^2 \cdot x$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

период колебаний (время одного полного колебания)