ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Кинематика рассматривает движение как перемещение в пространстве. Причины, вызывающие движение, не рассматриваются. Кинематика устанавливает способы задания движения и определяет методы определения кинематических параметров движения.

Основные кинематические параметры

Траектория

Линию, которую очерчивает материальная точка при движении в пространстве, называют *траекторией.*

Траектория может быть прямой и кривой, плоской и пространственной линией.

Уравнение траектории при плоском движении: $y = f(x)$.

Пройденный путь

Путь измеряется вдоль траектории в направлении движения. Обозначение — S, единицы измерения — метры.

Уравнение движения точки

Уравнение, определяющее положение движущейся точки в зависимости от времени, называется *уравнением движения.*

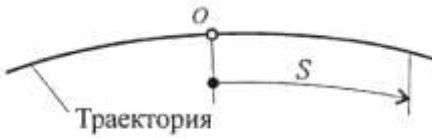


Рис. 9.1

Положение точки в каждый момент времени можно определить по расстоянию, пройденному вдоль траектории от некоторой неподвижной точки, рассматриваемой как начало отсчета (рис. 9.1). Такой способ задания движения называется *естественным.*

Таким образом, уравнение движения можно представить в виде **S = f(t)**. Положение точки можно также определить, если известны ее координаты в зависимости от времени

(рис. 9.2). Тогда в случае движения на плоскости должны быть заданы два уравнения:

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t). \end{cases}$$

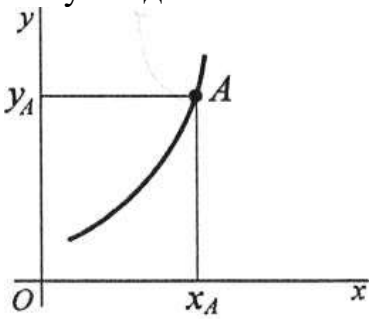


Рис. 9.2

В случае пространственного движения добавляется и третья координата $\boldsymbol{z = f_3(t)}$.

Такой способ задания движения называют *координатным.*

Скорость движения

Векторная величина, характеризующая в данный момент быстроту и направление движения по траектории, называется *скоростью.*

Скорость — вектор, в любой момент направленный по касательной к траектории в сторону направления движения (рис. 9.3).

Если точка за равные промежутки времени проходит равные расстояния, то движение называют *равномерным.*

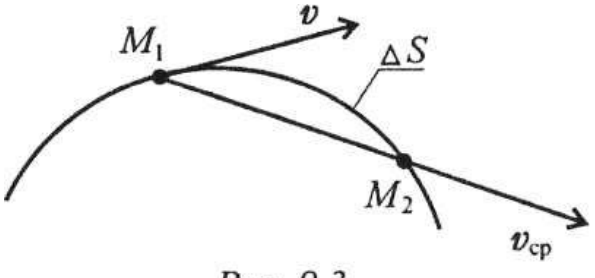


Рис. 9.3

Средняя скорость на пути ΔS определяется как

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где *ΔS* — пройденный путь за время *Δt; Δt* — промежуток времени.

Если точка за равные промежутки времени проходит неравные пути, то движение называют *неравномерным.*

В этом случае скорость — величина переменная и зависит от времени ***v = f (t)***.
При рассмотрении малых промежутков времени (*Δ*t —» 0) средняя скорость становится равной истинной скорости движения в данный момент. Поэтому скорость в данный момент определяют как производную пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt}.$$

За единицу скорости принимают 1м/с. Иногда скорость измеряют в км/ч,

1 км/ч = 1000/3600 = 0,278 м/с.

Ускорение

Векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению, называется *ускорением*.

Скорость точки при перемещении из точки M_1 в точку M_2 меняется по величине и направлению. Среднее значение ускорения за этот промежуток времени

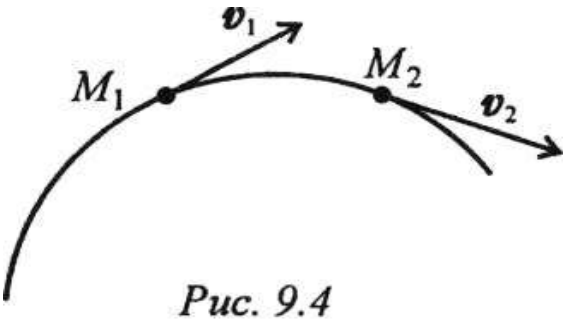


Рис. 9.4

$$\boldsymbol{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$ (рис. 9.4).

При рассмотрении бесконечно малого промежутка времени среднее ускорение превратится в ускорение в данный момент:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}.$$

Обычно для удобства рассматривают две взаимно перпендикулярные составляющие ускорения: нормальное и касательное (рис. 9.5).

Нормальное ускорение a_n характеризует изменение скорости по направлению и определяется как

$$a_n = \frac{v^2}{r},$$ где r - радиус кривизны траектории в данный момент времени.

Нормальное ускорение всегда направлено перпендикулярно скорости к центру дуги.

Касательное ускорение a_t характеризует изменение скорости по величине и всегда направлено по касательной к траектории; при ускорении его направление *совпадает* с направлением скорости, а при замедлении оно направлено *противоположно* направлению вектора скорости.

Формула для определения касательного ускорения имеет вид:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = S''.$$

Значение *полного* ускорения определяется как (рис. 9.6).

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

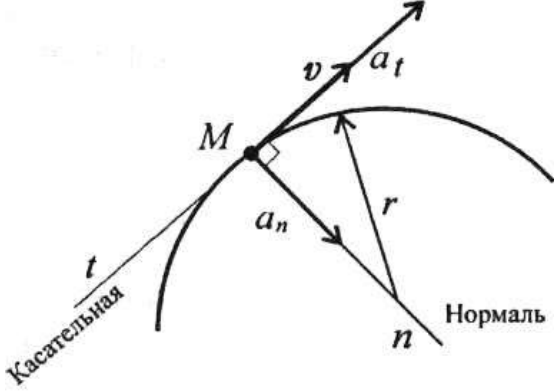


Рис. 9.5

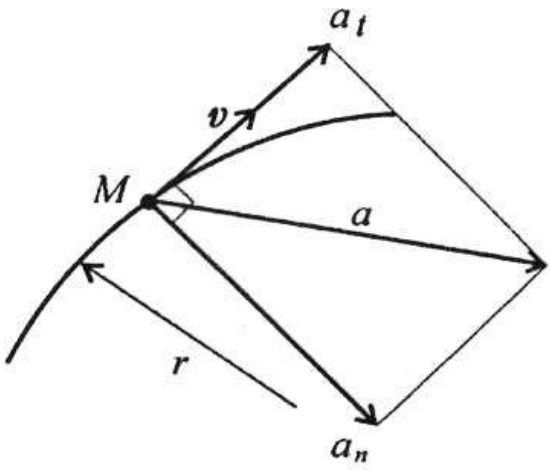


Рис. 9.6

Кинематика точки.

Равномерное движение

Равномерное движение — это движение с постоянной скоростью:

$$v = const.$$

Для прямолинейного равномерного движения (рис. 10.1а)

$a_t = dv/dt$ =» $a_t = 0$;

$r = \infty$=>$a_n = v^2/r = 0$.

Полное ускорение движения точки равно нулю: $a = 0$.

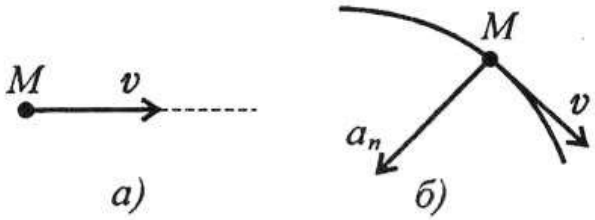


Рис. 10.1

При криволинейном равномерном движении (рис. 10.16)

$$r \neq \infty \Rightarrow a_n = v^2/r \neq 0.$$

Полное ускорение равно нормальному ускорению: $a = a_n$.

Уравнение (закон) движения точки при равномерном движении можно получить, проделав ряд несложных операций.

Так как v = const, закон равномерного движения в общем виде является уравнением прямой: $S = S_o + vt$, где S_o — путь, пройденный до начала отсчета.

Равнопеременное движение

Равнопеременное движение — это движение с постоянным касательным ускорением:

$$a_t = const.$$

Для прямолинейного равнопеременного движения

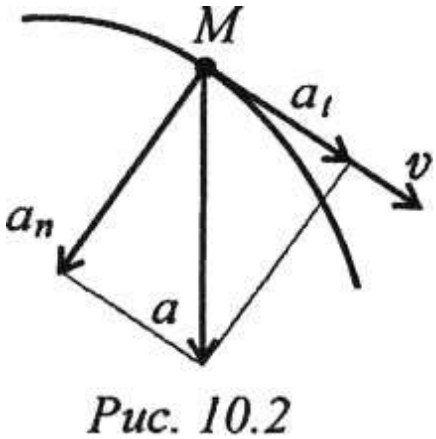


Рис. 10.2

$r = \infty \Rightarrow a_n = 0$; $a = at = const.$

Полное ускорение равно касательному ускорению.

Криволинейное равнопеременное движение (рис. 10.2): $a_n \neq 0$; $a_t = const \neq 0$.

Учитывая, что $at = dv/dt$; a_t = const и сделав ряд преобразований:

$$dv = a_t dt; \quad \int_v dv = a_t \int_t dt,$$

получим значение скорости при равнопеременном движении

$$v = v_0 + a_t t; \quad v = \frac{dS}{dt}.$$

После интегрирования будем иметь закон равнопеременного движения в общем виде, представляющий собой уравнение параболы:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t t^2}{2},$$

где v_o — начальная скорость движения;

S_o — путь, пройденный до начала отсчета;

a_t — постоянное касательное ускорение.

Неравномерное движение

При *неравномерном движении* численные значения скорости и ускорения меняются. Уравнение неравномерного движения в общем виде представляет собой уравнение третьей $\boldsymbol{S = f(t^3)}$ и выше степени.

Кинематические графики

Кинематические графики — это графики изменения пути, скорости и ускорений в зависимости от времени.

Равномерное движение ***(рис. 10.3)***

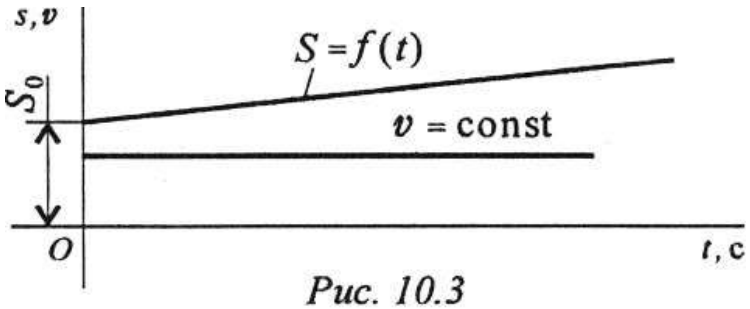


Рис. 10.3

Равнопеременное движение ***(рис. 10.4)***

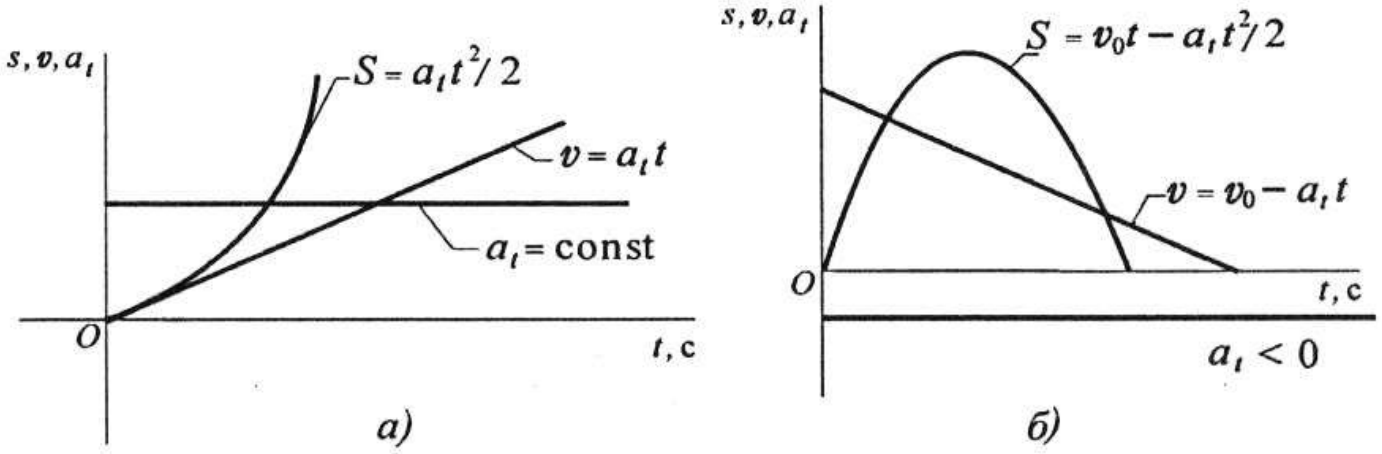


Рис. 10.4