РАБОТА И МОЩНОСТЬ

Работа

Для характеристики действия силы на некотором перемещении точки ее приложения вводят понятие «работа силы».

Работа служит мерой действия силы, работа — скалярная величина.

Работа постоянной силы* на *прямолинейном пути

Работа силы в общем случае численно равна произведению модуля силы на длину пройденного пути и на косинус утла между направлением силы и направлением перемещения (рис. 15.1):

$W=F*S*\cos\alpha$.

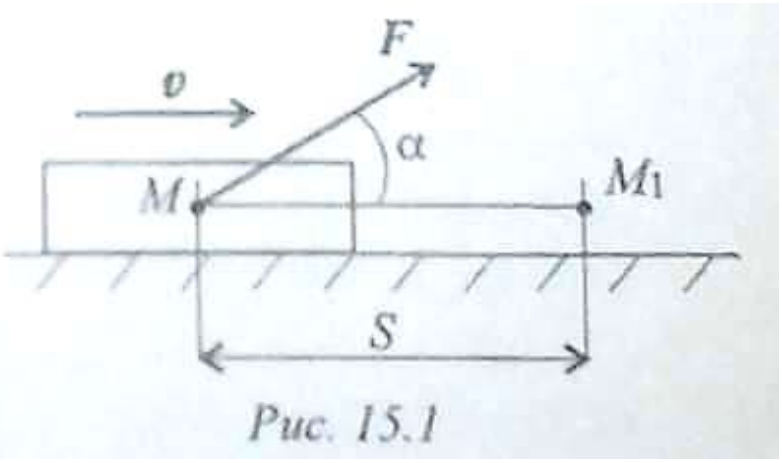


Рис. 15.1

Единицы измерения работы:

1 Дж (джоуль) = 1 Нм;

1 кДж (килоджоуль) = 10^3 Дж.

Рассмотрим частные случаи.

1. Силы, совпадающие с направлением перемещения, называются *движущими силами*. Направление вектора силы совпадает с направлением перемещения (рис. 15.2).

В этом случае α = 0° (cos**α** = 1). Тогда **W = F∗S** > 0.

2. *Силы, перпендикулярные направлению перемещения, работы не производят* (рис. 15.3).

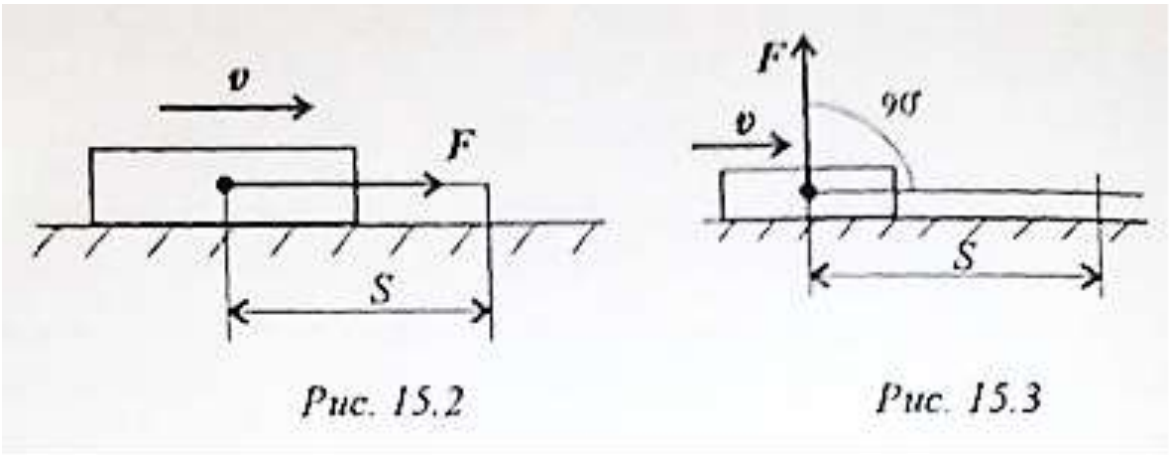


Рис. 15.2 Рис. 15.3

Сила ***F*** перпендикулярна направлению перемещения, **$\alpha = 90^0$** (cos ***α*** = 0); W = 0.

3. Силы, направленные в обратную от направления перемещения сторону, называются *силами сопротивления* (рис. 15.4).

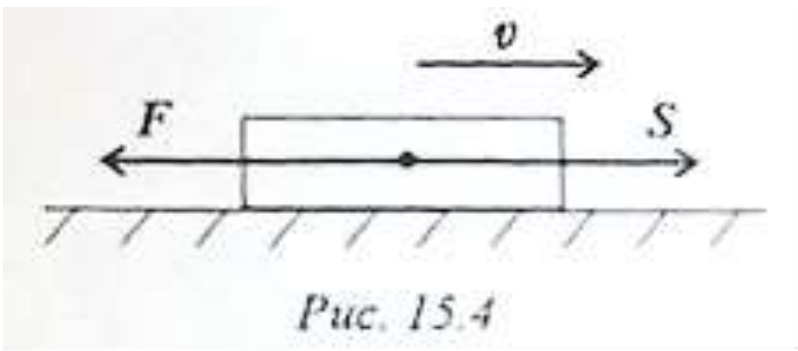


Рис. 15.4

Сила ***F*** направлена в обратную от перемещения ***S*** сторону.

В этом случае α = 180°

(cosα = - 1), следовательно,

$W = -F*S<0$.

Движущие силы увеличивают модуль скорости, силы сопротивления уменьшают скорость.

Таким образом, работа может быть положительной и отрицательной в зависимости от направления силы и скорости.

Работа постоянной силы на криволинейном пути

Пусть точка M движется по дуге окружности и сила F составляет некоторый угол α с карательной к окружности (рис. 15.5).

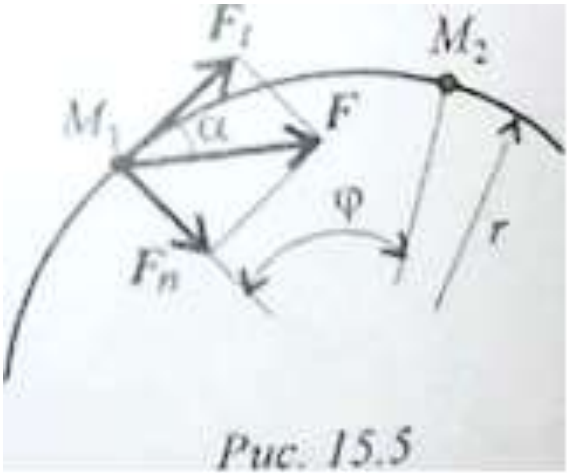


Рис. 15.5

Вектор силы можно разложить на две составляющие:

$$F = F_t + F_n.$$

Используя принцип независимости действия сил, определим работу каждой из составляющих силы отдельно:

$$W(F_t) = F_t \Delta S$$
$$W(F_n) = F_n \Delta S$$

$\Delta S = M_1M_2$ – пройденный путь.

$\Delta S = \varphi * r$

Нормальная составляющая силы F_n всегда направлена перпендикулярно перемещению и, следовательно, работы не производит:

$$W(F_n) = 0$$

При перемещении по дуге обе составляющие силы разворачиваются вместе с точкой M. Таким образом, касательная составляющая силы всегда совпадает по направлению с перемещением.

Будем иметь: $W(F_t) = F_t * \varphi * r$.

Касательную силу F_t обычно называют *окружной силой.*

Работа при криволинейном пути — это работа окружной силы:

$$W(F) = W(F_t),$$

Произведение окружной силы на радиус называют *вращающим моментом:*

$$M_{вр} = F_t * r.$$

Работа силы, приложенной к вращающемуся телу, равна произведению вращающего момента на угол поворота:

$$W(F) = M_{вр} * \varphi$$

Работа силы тяжести

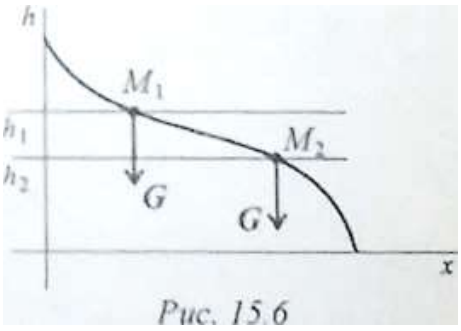


Рис. 15.6

Работа силы тяжести зависят только от изменения высоты и равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки (рис. 15.6):

$$W(G) = G(h_1 - h_2) = G\Delta h,$$

где Δh — изменение высоты.

При опускании работа положительна, при подъеме отрицательна.

Работа равнодействующей силы

Под действием системы сил точка массой m перемещается из положения M_1 в положение M_2 (рис. 15.7).

В случае движения под действием системы сил пользуются теоремой о работе равнодействующей.

Работа равнодействующей на некотором перемещении равна алгебраической сумме работ системы сил на том же перемещении.

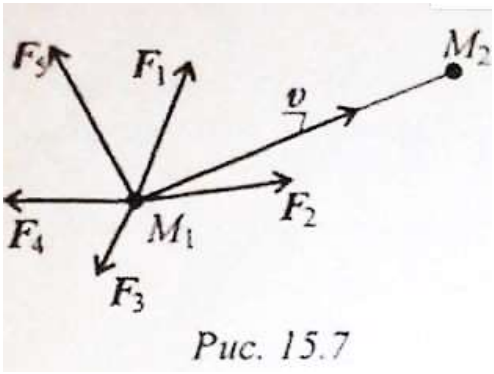


Рис. 15.7

$F_{\sum} = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n.$

Работа равнодействующей силы

$$\mathbf{W}(F_{\sum}) = \sum \mathbf{W}(F_k)$$

Мощность

Для характеристики работоспособности и быстроты совершения работы введено понятие мощности.

Мощность — работа, выполненная в единицу времени:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Единицы измерения мощности: ватты, киловатты,
$1 Н \cdot м/с = 1 Вт$; $10^3 Вт = 1 кВт$.

Мощность при поступательном движении (рис. 1)

$$P = \frac{FS\cos\alpha}{t}.$$

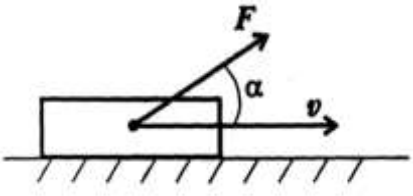


Рисунок 1

Учитывая, что $\frac{S}{t} = v_{ср}$, получим

$$P = Fv_{ср}\cos\alpha,$$

где F — модуль силы, действующей на тело; $v_{ср}$ — средняя скорость движения тела.

Средняя мощность при поступательном движении равна проведению модуля силы на среднюю скорость перемещения и на косинус угла между направлениями силы и скорости.

Мощность при вращении (рис. 2)

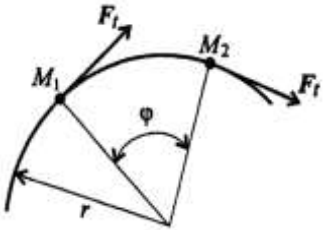


Рисунок 2

Тело движется по дуге радиуса **r** из точки M_1 в точку M_2.

$$\breve{M_1M_2} = \varphi r.$$

Работа силы:

$$W = M_{вр}\varphi$$

$M_{вр} = F_t r$, где $M_{вр}$ — вращающий момент.

$$P = \frac{M_{вр}\varphi}{t}.$$

Учитывая, что $\frac{\varphi}{t} = \omega_{ср}$, получим

$$P = M_{вр}\omega_{ср}$$

Мощность силы при вращении равна произведению вращающего момента на среднюю угловую скорость.

Если при выполнении работы усилие машины и скорость движения меняются, можно определить мощность в любой момент времени, зная значения усилия и скорости в данный момент.

Коэффициент полезного действия

Каждая машина и механизм, совершая работу, тратит часть энергии на преодоление вредных сопротивлений.

Таким образом, машина (механизм) кроме полезной работы совершает еще и дополнительную работу.

Отношение полезной работы к полной работе или полезной мощности ко всей затраченной мощности называется **коэффициентом полезного действия (КПД)**:

$$\eta = \text{КПД} = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{затр}}}.$$

Полезная работа (мощность) расходуется на движение с заданной скоростью и определяется по формулам:

$$W = FS\cos\alpha, \quad P = Fv\cos\alpha;$$

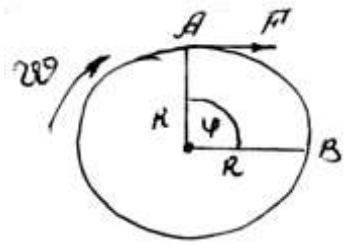
$$W = M_{\text{вр}}\varphi, \quad P = M_{\text{вр}}\omega.$$

Затраченная мощность больше полезной на величину мощности, идущей на преодоление трения в звеньях машины, на утечки и тому подобные потери.

Чем выше КПД, тем совершеннее машина.

Работа и мощность при вращательном движении

Тело вращается под действием силы ***F***. Работа равна произведению силы на расстояние.



$$W=F\cdot S=F\cup AB=FR\varphi=M\varphi$$

$$W=M\varphi$$

Работа при вращательном движении равна произведению вращающего момента на угол поворота.

$$\mathbf{P} = \frac{W}{t} = \frac{M\varphi}{t} = M\,\frac{\varphi}{t} = M\omega$$

$$\mathbf{P = M\omega}$$

Мощность равна произведению вращающего момента на угловую скорость

Пример 1. Определить мощность двигателя для привода ленточного конвейера, если сила натяжения ленты 2 кН, скорость движения ленты.

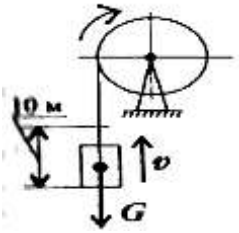
Решение.

$$\mathbf{P} = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t} = F\,\frac{S}{t} = \mathbf{F\upsilon}$$

$$\mathbf{P = F\upsilon = 2000*5 = 10000\ Вт = 10кВт}$$

Ответ: 10 кВт.

Пример 2. Определить потребную мощность мотора лебедки для подъема груза весом 3 кН на высоту 10 м за 2,5 с (рис.). КПД механизма лебедки 0,75.



Решение.

1. Мощность мотора используется на подъем груза с заданной скоростью и преодоление вредных сопротивлений механизма лебедки.

Полезная мощность определяется по формуле $\boldsymbol{P = F\upsilon\cos\alpha}$. В данном случае α = 0; груз движется поступательно.

2. Скорость груза

$$v = \frac{S}{t};\ v = \frac{10}{2{,}5} = 4\ \text{м/с}.$$

3. Необходимое усилие равно весу груза (равномерный подъем).
4. Полезная мощность

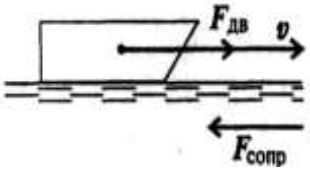
$$\boldsymbol{P = 3000 \cdot 4 = 12000\ \text{Вт} = 12\text{кВт}}$$

5. Полная мощность, затрачиваемая мотором

$$P_{\text{мотора}} = \frac{P}{\eta}.\ P_{\text{мотора}} = \frac{12}{0{,}75} = 16\ \text{кВт}.$$

Ответ: 16 кВт.

Пример 3. Судно движется со скоростью 56 км/ч (рис. 16.4).
1 питатель развивает мощность 1200 кВт. Определить силу сопротивления воды иижению судна. КПД машины 0,4.



Решение.
1. Определяем полезную мощность, ипользуемую на движение с заданной скоростью:

$$P = F_{дв} v \cos\alpha.$$

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{мотора}}};\quad P = P_{\text{мотора}}\eta;\quad P = 1200 \cdot 0{,}4 = 480\ \text{кВт}.$$

2. По формуле для полезной мощности можно определить движущую силу судна с учетом условия $\alpha = 0$. При равномерном движении движущая сила равна силе сопротивления воды: $F_{дв} = F_{сопр.}$
3. Скорость движения судна

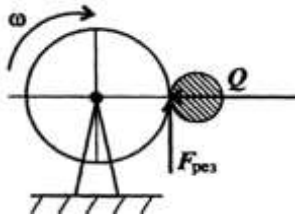
$$v = \frac{36 \cdot 1000}{3600} = 10\ \text{м/с}.$$

4. Сила сопротивления воды

$$F_{сопр} = \frac{P}{v};\quad F_{сопр} = \frac{480\,000}{10} = 48\,000\ \text{Н}.$$

Сила сопротивления воды движению судна $F_{сопр} = 48$ кН.
Ответ: 48 кН.

Пример 4. Точильный камень прижимается к обрабатываемой детали с силой 1,5 кН (рис.). Какая мощность затрачивается на обработку детали, если коэффициент трения материала камня о деталь 0,28; деталь вращается со скоростью 100 об/мин, диаметр детали 60 мм.



Решение. 1. Резание осуществляется за счет трения между точильным камнем и обрабатываемой деталью:

$$F_{рез} = F_{тр} = fQ;\quad F_{тр} = 0{,}28 \cdot 1{,}5 = 0{,}42\ \text{кН}.$$

2. Момент силы резания

$$M = F_{тр}\frac{d}{2};\ M = 420 \cdot 0{,}03 = 12{,}6\ \text{Н·м}.$$

3. Угловая скорость вращения детали

$$\omega = \frac{3{,}14 \cdot 100}{30} = 10{,}47\ \text{рад/с}.$$

4. Мощность, необходимая для обработки детали

$$P = M\omega;\qquad P = 12{,}6 \cdot 10{,}47 = 132\ \text{Вт}.$$

Ответ: 132 Вт.